

Section 4.4

Les problèmes

Pour la plupart des problèmes, la parabole représentative est ouverte vers le bas.

Le problème peut se concerner à trois points particuliers:

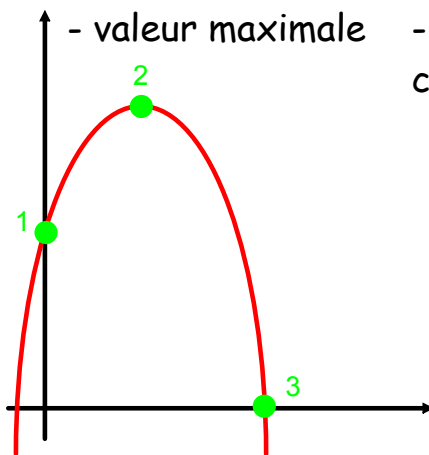
1) L'OA

- le début
- quelque chose "initiale"
- pour trouver:
 - a) remplace x avec 0 et résous pour y
 - b) si l'éqn est $y = ax^2 + bx + c$, dis la valeur de c

2) Le sommet

- le milieu
- le maximum
- valeur maximale

- si l'éqn est $y = a(x-h)^2+k$, utilise k comme valeur max
- si l'éqn est $y = ax^2+bx+c$, complète le carré



3) L'AA

- la fin
- "toucher le sol"
- remplace y avec 0 et résous pour x

1. Un modèle d'une fusée est lancé directement vers le haut avec une vitesse de 200 m/s. La trajectoire de la fusée se traduit par l'équation $h = -5t^2 + 200t$, où h représente la hauteur de la fusée en mètres et t représente le temps écoulé en secondes. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la fusée et combien de secondes prend-elle pour atteindre la hauteur maximale?

$$h = -5(t^2 - 40t)$$

$$h = -5(t^2 - 40t + 400 - 400)$$

$$h = -5(t - 20)^2 - 5(-400)$$

$$h = -5(t - 20)^2 + 2000$$

sommet: (20, 2000)

t h

La hauteur maximale de la fusée est 2000m atteinte à 20 secondes.

2. La fonction ci-après indique la hauteur h en mètres d'une balle de baseball par rapport au temps écoulé t , en secondes, depuis le moment où elle a été frappée : $h = -5.2t^2 + 31.2t + 1.2$
- a) Quelle est la hauteur maximale atteinte par cette balle ? compléter le carré
- b) À quelle hauteur la balle se trouvait-elle lorsqu'elle a été frappée ? (hauteur initiale) $t = 0$
- c) Si la balle frappe un mur à $t = 5.9$ s, à quelle hauteur la balle se trouvait-elle? $t = 5.9$

$$a) h = -5.2(t^2 - 6t) + 1.2$$

$$h = -5.2(t^2 - 6t + 9 - 9) + 1.2$$

$$h = -5.2(t - 3)^2 - 5.2(-9) + 1.2$$

$$h = -5.2(t - 3)^2 + 46.8 + 1.2$$

$$h = -5.2(t - 3)^2 + 48$$

La hauteur maximale est 48m.

$$b) h = -5.2(0)^2 + 31.2(0) + 1.2$$

$$h = 1.2$$

La hauteur initiale est 1,2m.

$$c) h = -5.2(5.9)^2 + 31.2(5.9) + 1.2$$

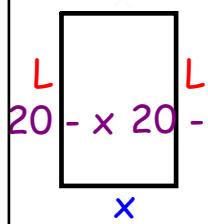
$$h = 4.3$$

$$h = -5.2(5.9 - 3)^2 + 48$$

$$h = 4.3m$$

La hauteur à 5,9 secondes est 4,3m.

3. On a 40 m de matériaux pour installer un enclos rectangulaire.
 a) Quelles dimensions donneront à cet enclos une aire maximale?
 b) Quelle est l'aire maximale?



$$40 = x + x + L + L$$

$$40 = 2x + 2L$$

$$40 - 2x = 2L$$

$$\frac{40}{2} - \frac{2x}{2} = L$$

$$20 - x = L$$

$$20 - x = L$$

$$a) A = \text{longueur} \times \text{largeur}$$

$$A = x(20 - x)$$

$$A = 20x - x^2$$

$$A = -x^2 + 20x \quad \text{compléter le carré!}$$

$$A = -(x^2 - 20x)$$

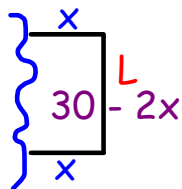
$$A = -(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$A = -(x - 10)^2 - (-100)$$

$$A = -(x - 10)^2 + 100$$

Sommet (10, 100) alors $x = 10\text{m}$, $L = 20 - 10 = 10\text{m}$
 l'aire maximale = 100m^2

4. Un champ rectangulaire n'a que trois côtés de l'enclos à clôturer puisque l'autre sera limité par une rivière. Si on a 30 m de matériaux pour installer l'enclos, quelles dimensions donneront une superficie maximale?



$$30 = 2x + L$$

$$30 - 2x = L$$

$$A = \text{longueur} \times \text{largeur}$$

$$A = x(30 - 2x)$$

$$A = 30x - 2x^2$$

$$A = -2x^2 + 30x \quad \text{compléter le carré!}$$

$$A = -2(x^2 - 15x)$$

$$A = -2(x^2 - 15x + 56,25 - 56,25)$$

$$A = -2(x - 7,5)^2 - 2(-56,25)$$

$$A = -2(x - 7,5)^2 + 112,5$$

Sommet (7,5, 112,5) $x = 7,5\text{m}$
 $L = 30 - 2(7,5) = 30 - 15 = 15\text{m}$
 l'aire maximale = $112,5\text{m}^2$

5 On vend des annuaires aux élèves pour 20\$ chacun. Trois cent élèves achèteront les annuaires à ce prix. Pour chaque 5\$ d'augmentation, 30 élèves de moins achèteront l'annuaire. Calcule le prix de vente qui donnera le revenu maximal.

Soit x représente le nombre d'augmentations par 5\$.

Le prix: (prix originel + prix d'augmentation(x)) = $(20 + 5x)$

Le nombre d'élèves: (nombre originel - nombre réduit(x)) = $(300 - 30x)$

Le revenu = (le prix)(le nombre de ventes) = $(20 + 5x)(300 - 30x)$

$$R = 6000 - 600x + 1500x - 150x^2$$

$$R = -150x^2 + 900x + 6000$$

$$R = -150(x^2 - 6x) + 6000$$

$$R = -150(x^2 - 6x + 9 - 9) + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 - 150(-9) + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 + 1350 + 6000$$

$$R = -150(x - 3)^2 + 7350$$

Sommet (3, 7350)

$x = 3 \rightarrow$ 3 augmentations de 5\$

\rightarrow augmentation de 15\$

\rightarrow prix nouveau = $20 + 15$

= 35\$

revenu maximal = 7350\$